

# Códigos LDGM Concatenados para la Transmisión de Fuentes Correlacionadas en Canales de Difusión

Mikel Hernaez<sup>1</sup>, Pedro M. Crespo<sup>1</sup>, Javier Del Ser<sup>2</sup> e Idoia Ochoa<sup>1</sup>

<sup>(1)</sup>{mhernaez,pcrespo,iochoa}@ceit.es, <sup>(2)</sup>jdelsers@robotiker.es

<sup>(1)</sup> CEIT y TECNUN (Universidad de Navarra), 20009 Donostia-San Sebastián, Gipuzkoa.

<sup>(2)</sup> TECNALIA-Robotiker, 48170 Zamudio, Bizkaia.

**Abstract**— We propose the use of serially-concatenated LDGM codes for the transmission of spatially correlated sources over 2-user gaussian broadcast channels. For this channel it is well-known that the capacity-achieving coding scheme is based on a superposition approach, where the outputs of two independent encoders are modulated with different energies and symbolwise added. This produces a channel sequence that conveys the information from both users to the distant receivers. The use of serially-concatenated LDGM codes with correlated information sources permits to keep a strong degree of correlation in the encoded symbols, which are then coherently added prior to transmission. This leads to vast Bit Error Rate improvements at both receivers, since this coherent addition not only provides a better immunity of the sent signal against noise, but also minimizes the inter-user interference in the sent signal. Thus, by properly designing the coding of the correlated sources, the obtained simulation results show that our proposal outperforms the suboptimal fundamental limit assuming separation between source and channel coding.

## I. INTRODUCCIÓN

En multitud de aplicaciones tales como las redes de sensores, la coexistencia de varios transmisores y receptores ha suscitado un gran interés científico hacia el desarrollo de una teoría unificada de la información para este tipo de redes de comunicación (bautizada como la Teoría de la Información en Redes o *Network Information Theory*), así como hacia el diseño de técnicas de codificación que permitan aproximarse a los límites fundamentales dictados por dicha teoría. Centremos nuestra atención en el canal de difusión o *broadcast*, en el que los datos generados por  $L$  fuentes de información son enviados a sus correspondientes receptores empleando una única señal transmitida. Asumiendo por simplicidad  $L = 2$  fuentes binarias<sup>1</sup>, denotaremos las secuencias de información generadas por ambas fuentes como  $\mathbf{u}^i$ , con  $i \in \{1, 2\}$ . Por otro lado, consideraremos canales de difusión gaussianos. Así, definamos para este canal una función de codificación  $f(\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2)$  como

$$f : 2^{NR_1} \times 2^{NR_2} \longrightarrow \mathcal{X}^N, \quad (1)$$

donde  $R_1$  y  $R_2$  son las tasas de información (bits por símbolo de canal) de cada una de las fuentes de información, y  $\mathcal{X}$  es el alfabeto de los símbolos de la secuencia  $\mathbf{x} \triangleq \{x_1, \dots, x_N\}$  enviada a través del canal de difusión con energía media por

<sup>1</sup>El trabajo presentado en este artículo es extrapolable a un número mayor de fuentes y/o alfabetos no binarios.

símbolo de canal  $E_c$ . La secuencia  $\mathbf{x}$  resultante es transmitida a ambos receptores a través de sendos canales de ruido aditivo gaussiano blanco, representados por las secuencias  $\mathbf{n}^1$  y  $\mathbf{n}^2$  de símbolos gaussianos independientes con media 0 y varianzas  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2 = \beta\sigma_1^2$ , siendo  $\beta \geq 1$ . En este contexto, cuando las fuentes de datos son independientes, Cover [1] y Bergmans [2], [3] identificaron la región de capacidad para este canal, dada por

$$R_1 \leq \frac{1}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{\alpha E_c}{\sigma_1^2} \right), \quad (2)$$

$$R_2 \leq \frac{1}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{(1-\alpha)E_c}{\alpha E_c + \sigma_2^2} \right), \quad (3)$$

donde  $E_c$  es la energía media por símbolo de canal, y  $\alpha \in (0, 1)$  es un parámetro que permite ajustar la energía asignada a cada una de las fuentes. Las expresiones (2) y (3) revelan cómo diseñar el esquema de codificación óptimo que alcanza, asintóticamente, la región de capacidad del canal de difusión gaussiano.

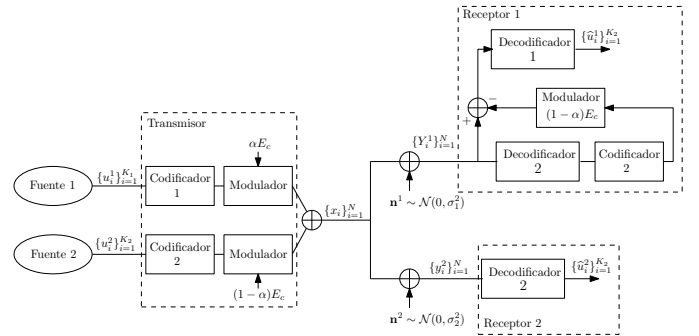


Fig. 1. Esquema de superposición para el canal de difusión gaussiano.

Dicho esquema, denominado de *superposición* (véase la Figura 1), se basa en codificar por separado las secuencias de ambas fuentes, modular cada una de las palabras código resultantes con energías medias  $(1-\alpha)E_c$  y  $\alpha E_c$  (siendo  $\alpha$  un parámetro de diseño) y, finalmente, superponer (sumar) las señales moduladas en una única palabra código  $\mathbf{x}$  con energía media resultante  $E_c$ . Por su parte, el receptor del canal con menor varianza de ruido  $\sigma_1^2$  (de aquí en adelante receptor *bueno*) debe predecir la señal interferente del usuario correspondiente al otro receptor, reconstruir su palabra código asociada y cancelarla de la secuencia recibida  $\mathbf{y}^1 =$

$\mathbf{x} + \mathbf{n}^1$ . Por otro lado, el receptor del canal con mayor varianza de ruido  $\sigma_2^2$  (i.e. el receptor *malo*) tratará de decodificar su secuencia de interés a partir de  $\mathbf{y}^2$ , esto es, sin ningún tipo de procesamiento adicional.

Existen diversas contribuciones (e.g. [4], [5]) en las que se presentan sistemas prácticos de superposición para fuentes independientes cuyo desempeño supera al de esquemas ortogonales (i.e. multiplexación por división en el tiempo o frecuencia). Sin embargo, en redes de comunicación con alta densidad de usuarios (e.g. las redes de sensores), la proximidad física de los nodos da lugar a cierto grado de correlación entre los datos registrados por cada uno de estos sensores. Esta correlación puede ser explotada en recepción para mejorar las prestaciones del sistema de comunicación.

Partiendo de recientes resultados sobre las propiedades preservativas de la correlación de los códigos de matrices de generación ralas (*sparse*) concatenados (*Serially Concatenated Low-Density Generation-Matrix*, SC-LDGM [6], [7]), este artículo propone el empleo de dichos códigos en el escenario de comunicación planteado en la Figura 1. El uso de códigos LDGM concatenados permite mantener la alta correlación entre las palabras código una vez realizada la superposición de señales en el transmisor. La decodificación en el receptor *malo* es llevada a cabo tratando el mensaje de la fuente 1 como ruido, sin tener en cuenta la correlación existente entre ambas fuentes. Sin embargo, debido a la naturaleza de los códigos LDGM, la suma realizada en el transmisor es coherente, por lo que la constelación de la señal transmitida es más robusta ante el ruido del canal, mejorando así el rendimiento del decodificador del receptor *malo*.

El artículo se organiza de la siguiente manera: en la Sección II se describe el sistema propuesto, mientras que la Sección III detalla el algoritmo de decodificación utilizado. Finalmente, los resultados de simulación son analizados en la Sección IV.

## II. SISTEMA PROPUESTO

Volviendo a la Figura 1, en este artículo se asume que las secuencias generadas por las fuentes son binarias y denotadas como  $\mathbf{u}^j = \{u_k^j\}_{k=1}^K$ , con  $u_k^j \in \{0, 1\}$  y  $j \in \{1, 2\}$ . La correlación entre fuentes se modela de la siguiente forma: cada uno de los símbolos de la secuencia  $\mathbf{u}^1$  son i.i.d. y equiprobablemente distribuidos, i.e.  $P(u_k^1 = 0) = P(u_k^1 = 1) = 0,5$ . Por otro lado, cada símbolo de la secuencia  $\mathbf{u}^2$  se obtiene según  $u_k^2 = u_k^1 \oplus e_k$ , donde  $\oplus$  indica suma módulo 2 y  $e_k$  es una variable aleatoria binaria que toma el valor 1 con probabilidad  $p$  y el valor 0 con probabilidad  $1 - p$ . Así la probabilidad de que los símbolos de fuente  $u_k^1$  y  $u_k^2$  tomen diferente valor es  $p$ , esto es,  $P(u_k^1 \neq u_k^2) = p$ .

Tal como se ha mencionado en la Sección I, la secuencia  $\mathbf{u}^i$  de la fuente  $i$ -ésima ( $i \in \{1, 2\}$ ) es codificada – independientemente del otro codificador – mediante un código SC-LDGM, dando como resultado la correspondiente secuencia codificada  $\mathbf{x}^i$ . Estas secuencias código  $\mathbf{x}^1$  y  $\mathbf{x}^2$  son moduladas en BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) con energías medias por símbolo modulado  $\alpha E_c$  y  $(1 - \alpha)E_c$ , respectivamente, donde  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Finalmente, ambas secuencias moduladas son

sumadas símbolo a símbolo, dando lugar a una constelación 4-PAM (*Pulse Amplitude Modulation*) con energía media por símbolo  $\mathbf{x}$  de  $E_c$ . Como se verá posteriormente, la preservación de las características estadísticas de los símbolos de fuente propia de los códigos SC-LDGM provocará la suma coherente de una gran fracción de los símbolos codificados, favoreciendo en ambos receptores el proceso de decodificación de las secuencias recibidas  $\mathbf{y}^1$  y  $\mathbf{y}^2$ . Estas últimas secuencias vendrán dadas por

$$\mathbf{y}^1 = \mathbf{x} + \mathbf{n}^1, \quad (4)$$

$$\mathbf{y}^2 = \mathbf{x} + \mathbf{n}^2, \quad (5)$$

donde cada uno de los símbolos de  $\mathbf{n}^1$  y  $\mathbf{n}^2$  son realizaciones de una variable aleatoria gaussiana i.i.d. de media cero y varianza  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2 = \beta\sigma_1^2$ , respectivamente.

Comentemos brevemente en qué consiste un código SC-LDGM y sus propiedades de preservación estadística.

### II-A. Códigos SC-LDGM

Un código LDGM sistemático es un código lineal cuya matriz generadora es de la forma  $\mathbf{G} = [\mathbf{I} \ \mathbf{P}]$ , donde  $\mathbf{I}$  denota la matriz identidad de orden  $K$  y  $\mathbf{P}$  es una matriz rala o *sparse* de dimensión  $K \times (N - K)$ , resultando la tasa de codificación del código en  $K/N$  símbolos de fuente por símbolo codificado. Si denotamos la secuencia de información como  $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_K]$ , la secuencia de salida del codificador, calculada según  $\mathbf{c} = [c_1, \dots, c_N] = \mathbf{u}\mathbf{G}$ , está compuesta por los símbolos sistemáticos (i.e.  $c_n = u_n$  para  $n = 1, \dots, K$ ) y los  $N - K$  símbolos de paridad  $\{c_n\}_{n=K+1}^N$ . Puesto que la matriz de paridad  $\mathbf{H} = [\mathbf{P}^T \ \mathbf{I}]$  es también *sparse*, los códigos LDGM pueden ser considerados como un caso particular de los códigos LDPC y, por tanto, decodificados mediante el algoritmo Suma-Producto [8] aplicado al grafo que describe el código [6], [7]. Siguiendo la notación de esta última referencia, etiquetaremos mediante  $(\theta, \vartheta)$  a aquellos códigos LDGM en los que la matriz de paridad  $\mathbf{P}$  de un código LDGM tiene exactamente  $\theta$  componentes no nulas por fila y  $\vartheta$  componentes no nulas por columna.

Siguiendo los recientes resultados [9], [10] obtenidos para los códigos LDGM distribuidos en canales de múltiple acceso (*Multiple Access Channel*), si se desea una suma coherente de las señales en la etapa de superposición de nuestro sistema, es necesario generar palabras código suficientemente alejadas unas de otras, en las cuales la correlación entre las fuentes de información se preserve lo máximo posible. Esto conllevaría un refuerzo en la mayoría de los símbolos de la señal transmitida, mejorando la robustez del sistema frente al ruido. Así, si se utiliza la misma matriz generadora  $\mathbf{G}$  para ambos codificadores, dada la baja densidad de la matriz, la correlación no es sólo preservada en los símbolos sistemáticos, sino también en los de paridad. De hecho, puede demostrarse que la probabilidad de que los símbolos de paridad en un determinado instante sean diferentes viene expresado analíticamente según

$$p_c = \frac{1 - (1 - 2p)^\theta}{2}, \quad (6)$$

la cual, para valores muy pequeños de  $p$ , puede aproximarse por  $p_c \approx \theta p$ . De esta forma, la correlación existente en los símbolos de paridad es significativa cuando  $\theta$  es pequeño.

Sin embargo, existe una desventaja inmediata en la utilización de códigos LDGM sin concatenar en nuestro sistema. La primera de ellas radica en las prestaciones ofertadas por este tipo de códigos en su versión no concatenada, caracterizadas por un alto suelo de error. Afortunadamente, la concatenación de dos códigos LDGM, donde el código externo (outer code) tiene una tasa de codificación cercana a la unidad, da lugar a una reducción sustancial de dicho suelo de error. Dicho esto, la Figura 2 ilustra los codificadores SC-LDGM utilizados en este artículo. Con el fin de explotar al máximo la correlación entre las fuentes de información, la misma matriz generadora es utilizada en ambos codificadores.

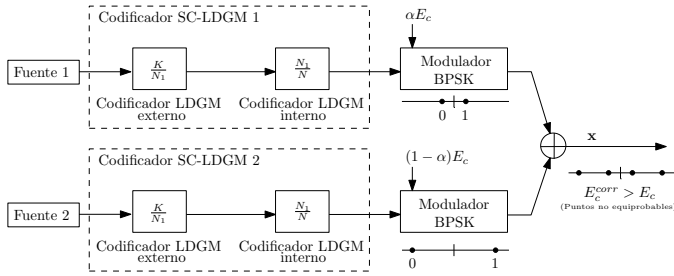


Fig. 2. Transmisor para el canal de difusión propuesto.

Previamente a la descripción del algoritmo de decodificación empleado, cabe resaltar que, para cualquier valor del parámetro de ajuste de energía  $\alpha$ , y dadas las propiedades estadísticas de las palabras código resultantes, la energía de canal de la secuencia  $\mathbf{x}$  es mayor que la esperada  $E_c$ . La razón de este aumento de energía es que, después de la suma coherente de señales (superposición), los símbolos exteriores de la constelación 4-PAM correspondientes a los pares  $(c_k^1, c_k^2) = (0, 0)$  y  $(c_k^1, c_k^2) = (1, 1)$  poseen una mayor probabilidad de ser transmitidos (esto es,  $(1-p)$  para los símbolos sistemáticos y  $(1-p_c)$  para los de paridad) que los símbolos interiores. Esto es una consecuencia inevitable de la estructura de codificación empleada, que será considerada a la hora de desarrollar los límites fundamentales de la Teoría de Shannon para nuestro escenario.

### III. DECODIFICACIÓN

El procedimiento de decodificación se basa en el algoritmo Suma-Producto ejecutado sobre el grafo de factores que describe la correlación entre las fuentes y el código empleado [8]. Los grafos de factores permiten representar gráficamente funciones factorizables de múltiples variables, mientras que el algoritmo SPA resuelve eficientemente la marginalización de dichas funciones mediante la transferencia de mensajes a través del grafo asociado. La aplicación de estas herramientas a funciones de probabilidad conjunta de sistemas de comunicaciones supone un método práctico de estimación de variables bajo el criterio *Máximo a Posteriori* (MAP).

Dicho esto, analicemos el proceso de decodificación para el receptor con mayor varianza de ruido (i.e.  $\sigma_2^2$ ). Obtendremos  $\hat{\mathbf{u}}^2$  (estimación de  $\mathbf{u}^2$ ) mediante la ejecución del algoritmo SPA sobre el grafo de nodos del código SC-LDGM empleado (primero sobre el código interno y posteriormente sobre el externo). En este receptor no incorporaremos información sobre la correlación entre las fuentes (*información lateral*) al proceso de decodificación, sino que explotaremos dicha dependencia estadística entre los datos de ambas fuentes en el decodificador del otro receptor. Nótese que en el esquema clásico por superposición, las probabilidades del canal  $p(y_k^2|c_k^2)$  suministradas al decodificador vienen dadas por

$$p(y_k^2|c_k^2) = \begin{cases} \mathcal{N}\left(-\sqrt{(1-\alpha)E_c}, \sigma_2^2 + \alpha E_c\right) & \text{si } c_k^2 = 0, \\ \mathcal{N}\left(+\sqrt{(1-\alpha)E_c}, \sigma_2^2 + \alpha E_c\right) & \text{si } c_k^2 = 1, \end{cases} \quad (7)$$

donde  $\mathcal{N}(\rho, \sigma^2)$  denota una distribución gaussiana de media  $\rho$  y varianza  $\sigma^2$ . En el caso del decodificador SC-LDGM con fuentes correlacionadas, dicha probabilidad se computa según

$$p(y_k^2|c_k^2) = \begin{cases} (1-p_{cor})f_{00} + p_{cor}f_{10} & \text{si } c_k^2 = 0, \\ (1-p_{cor})f_{11} + p_{cor}f_{01} & \text{si } c_k^2 = 1, \end{cases} \quad (8)$$

donde

$$f_{00} \triangleq \mathcal{N}\left(-\sqrt{(1-\alpha)E_c} - \sqrt{\alpha E_c}, \sigma_2^2\right) \quad (9)$$

$$f_{01} \triangleq \mathcal{N}\left(+\sqrt{(1-\alpha)E_c} - \sqrt{\alpha E_c}, \sigma_2^2\right) \quad (10)$$

$$f_{10} \triangleq \mathcal{N}\left(-\sqrt{(1-\alpha)E_c} + \sqrt{\alpha E_c}, \sigma_2^2\right) \quad (11)$$

$$f_{11} \triangleq \mathcal{N}\left(+\sqrt{(1-\alpha)E_c} + \sqrt{\alpha E_c}, \sigma_2^2\right), \quad (12)$$

siendo  $p_{cor} = p$  para los símbolos correspondiente a los símbolos sistemáticos y  $p_{cor} = p_c$  para los correspondientes a los símbolos de paridad de la palabra código. Nótese que cuanto mayor sea la correlación entre ambas fuentes, menor será el valor de  $p$  asociado. Teniendo en cuenta la asignación de símbolos en las constelaciones BPSK utilizadas (Figura 2), la probabilidad de enviar los símbolos exteriores de la constelación 4-PAM resultante ( $\sqrt{(1-\alpha)E_c} + \sqrt{\alpha E_c}$  y  $-\sqrt{(1-\alpha)E_c} - \sqrt{\alpha E_c}$ ) aumentará, por lo que la secuencia enviada  $\mathbf{x}$  será más robusta frente al ruido. Desafortunadamente, la energía de transmisión de  $\mathbf{x}$  resultante también aumenta con respecto a la empleada en el caso de tener símbolos equiprobables. Específicamente, la energía total transmitida con fuentes correlacionadas está dada por  $E_c^{corr} = E_c(1 + \Delta_{exc})$ , donde

$$\Delta_{exc} = R_c \Delta_{sis} + (1 - R_c) \Delta_{par}, \quad (13)$$

$$\Delta_{sis} = (1 - 2p)2\sqrt{\alpha(1-\alpha)}, \quad (14)$$

$$\Delta_{par} = (1 - 2p_c)2\sqrt{\alpha(1-\alpha)}. \quad (15)$$

Obsérvese que los dos sumandos de la primera de estas expresiones son los asociados a los símbolos sistemáticos (parámetro de correlación  $p$ ) y los de paridad ( $p_c$ ), siendo  $p_c$  la probabilidad asociada al código LDGM interno. Es importante destacar que se ha obviado la influencia de los símbolos de paridad introducidos por el código externo debido a su reducido número ( $R_{out}$  cercano a 1).

En lo que respecta al segundo receptor basado en superposición, adoptaremos una estrategia de decodificación basada en predetección y cancelación. Como  $\sigma_2^2 \geq \sigma_1^2$ , este receptor es capaz de obtener  $\hat{\mathbf{u}}^2$  y generar una estimación de la palabra código  $\hat{\mathbf{c}}^2$ . Tras su modulación con energía media  $(1 - \alpha)E_c$ , cancelaremos dicha secuencia de la señal recibida  $\mathbf{y}^1$ , dando lugar a una nueva secuencia  $\tilde{\mathbf{y}}^1$ . A partir de esta nueva secuencia el receptor obtendrá una estimación  $\hat{\mathbf{u}}^1$  con relación señal a ruido efectiva  $\alpha E_c / \sigma_1^2$ . Nótese que el límite fundamental de este receptor también ha de ser reducido por  $\Delta_{exc}$  dBs.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Con el fin de evaluar el comportamiento del sistema propuesto, se han llevado a cabo simulaciones para diferentes valores de los parámetros  $p$  y  $\alpha$ . En todos los casos se han empleado sendos códigos SC-LDGM, compuestos por un código externo (4, 76) y un código interno (14, 7), dando lugar a una tasa de información total  $R_c = 0,316$ . El tamaño del bloque de información es  $K = 9500$ . En lo que respecta a la selección del parámetro  $\alpha$ , uno puede suponer erróneamente que el proporcionar más energía a la señal correspondiente al receptor *malo* (i.e. disminuir  $\alpha$ ) conllevaría una mejora del rendimiento global del sistema. Es importante observar que, debido a la correlación entre las fuentes y al esquema de codificación empleado, el hecho de darle más energía a la secuencia del receptor *bueno* implica a su vez suministrar más energía al receptor *malo* en un  $100 \cdot (1 - p) \%$  de los símbolos de su secuencia codificada. Además, el hecho de incrementar el valor de  $\alpha$  hace más robusto el sistema ante el ruido, ya que los símbolos exteriores de la constelación 4-PAM son desplazados aún más lejos del origen.

Desafortunadamente, si aumentamos el valor de  $\alpha$  los símbolos interiores de la constelación 4-PAM son desplazados hacia el centro de la constelación, haciendo más difícil su detección en los casos en los que las fuentes no generen el mismo símbolo de información. Esto deriva en suelos de error elevados para valores de  $\alpha$  cercanos a 0,5 (e.g. para  $\alpha = 0,5$  el suelo de error se situaría en  $p$ ). Estas observaciones conducen a una nueva formulación de la región de capacidad asumiendo separación entre codificación de fuente y de canal, dada por las desigualdades

$$R_c \leq \frac{1}{2H(p)} \log_2 \left( 1 + \frac{\alpha E_c^{corr}}{\sigma_1^2} \right), \quad (16)$$

$$R_c \leq \frac{1}{2H(p)} \log_2 \left( 1 + \frac{(1 - \alpha) E_c^{corr}}{\alpha E_c^{corr} + \sigma_2^2} \right), \quad (17)$$

de donde el valor de  $\alpha$  que minimiza la relación  $E_c^{corr} / \sigma_1^2$  para  $\beta$  y  $p$  fijados viene dado por  $\alpha_{opt} \triangleq (\beta + 2^{2R_c H(p)})^{-1}$ . Este valor es prácticamente constante (varía entre 0,22 y 0,25) para cualquier valor de  $p$ . Asumiendo separación, el límite de Shannon se obtiene de las desigualdades (2) y (3), y está dado por 4,3 dB para  $\beta = 3$  y  $R_1 = R_2 = 0,316$ . Para aquellos esquemas en los que la correlación no se tiene en cuenta en el proceso de decodificación, las prestaciones se sitúan a 1,5 dB por encima del citado límite.

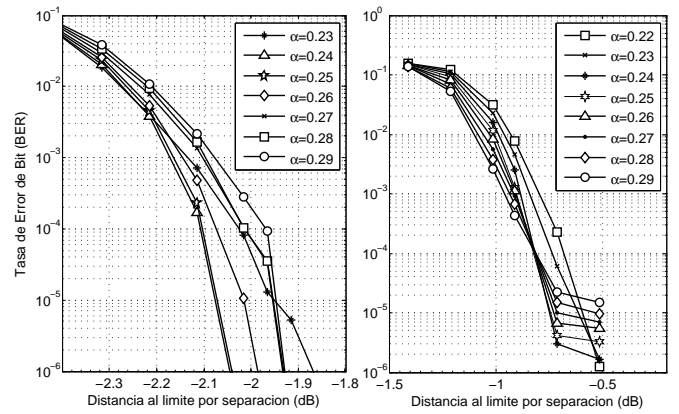


Fig. 3. Tasa de error de bit con  $p = 0,1$  (izqda) y  $p = 0,01$  (dcha).

Procedamos ahora a comparar este límite con el BER obtenido por el sistema propuesto cuando la correlación es de  $p = 0,1$  y  $0,01$ . Estos resultados se muestran en la Figura 3, donde el eje de abscisas proporciona esta separación para diferentes valores de  $\alpha$ . Obsérvese que para  $p = 0,1$  nos hallamos aproximadamente 2 dB por debajo del límite de Shannon, mientras que para  $p = 0,01$  éste se reduce a 0,5 dB. Este empeoramiento de prestaciones para  $p = 0,01$  es el resultado de un aumento excesivo de  $E_c^{corr}$  debido a la correlación (ver expresión (13)). De esta degradación se deduce un punto de inflexión en el comportamiento del sistema a medida que  $p$  disminuye. Nótese también que, para niveles de correlación elevados (curva de la derecha), el valor de  $\alpha$  fija un compromiso entre el suelo de error y la región de cascada.

#### REFERENCIAS

- [1] T. M. Cover "Broadcast Channels", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 18, N. 1, pp. 2–114, Enero 1972.
- [2] P. P. Bergmans, "Random Coding Theorem for the Broadcast Channels with Degraded Components", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 19, N. 2, pp. 197–207, Marzo 1973.
- [3] P. P. Bergmans, "A Simple Converse for Broadcast Channels with Additive White Gaussian Noise", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 20, N. 2, pp. 279–280, Marzo 1974.
- [4] T. W. Sun, R. D. Wesel, M. R. Shane y D. Jarett, "Superposition Turbo TCM for Multi-Rate Broadcast", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, pp. 368–371, Marzo 2004.
- [5] X. Wang y M. T. Orchard, "Design of Superposition Coded Modulation for Unequal Protection", *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pp. 412–416, Junio 2001.
- [6] W. Zhong y J. García-Frías, "Approaching Shannon Performance by Iterative Decoding of Linear Codes With Low-Density Generator Matrix", *IEEE Communication Letters*, vol. 7, N. 6, pp. 266–268, Junio 2003.
- [7] W. Zhong y J. García-Frías, "LDGM Codes for Channel Coding and Joint Source-Channel Coding of Correlated Sources", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 44, N. 2, pp. 942–953, Mayo 2005.
- [8] F. R. Kschischang, B. J. Frey y H. A. Loeliger, "Factor Graphs and The Sum-Product Algorithm", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, pp. 498–519, Febrero 2001.
- [9] W. Zhong y J. García-Frías, "Parallel LDGM Codes for the Transmission of Highly Correlated Senders over Rayleigh Fading Multiple Access Channels", *CISS'06*, Marzo 2006.
- [10] W. Zhong y J. García-Frías: "LDGM Codes for Transmission of Correlated Senders over MAC", *43rd Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, Octubre 2005 (artículo invitado).